

REGRAS DE LOCOMOÇÃO DE ROBÔS OMNIDIRECIONAIS BASEADAS EM CADEIAS DE MARKOV E CAMPOS POTENCIAIS

SÍDNEY JOSÉ DE PAIVA SOARES* MARCOS ANTÔNIO ABDALLA JÚNIOR* ERIVELTON GERALDO NEPOMUCENO* VALTER JÚNIOR DE SOUZA LEITE †

**Universidade Federal de São João del-Rei
Departamento de Engenharia Elétrica
São João del-Rei, Minas Gerais, Brasil*

†*Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais,
Campus Divinópolis,
Divinópolis, Minas Gerais, Brasil*

Email: sjpsouares@yahoo.com.br, marcosabdalla@yahoo.com.br, nepomuceno@ufsj.edu.br,
valter@ieee.org

Abstract— In this paper, a method for autonomous locomotion of omnidirectional robots through their mathematical modeling is presented. This method allows the robot moves through unfamiliar environment detecting and deflecting from obstacles. The novelty of this proposal is on the union of some known techniques available in the literature to optimize the path pursued by the robot. The method of fields of vorticity is used in conjunction with the method of potential fields for navigation, avoiding the problem of local minimum. We also present an application of the Markov chains to generate the new position of the robot in a stochastic way.

Keywords— Potencial Fields, Fields of Vorticity, Markov Chains, Omnidirecional.

Resumo— Neste trabalho, é apresentado um método para locomoção de robôs omnidirecionais, por meio de sua modelagem matemática. Esse método permite que o robô locomova-se por um ambiente desconhecido detectando e desviando de obstáculos. A novidade desta proposta está na união de técnicas conhecidas, disponíveis na literatura, de forma a otimizar o caminho percorrido pelo robô. O método de campos de vorticidade é utilizado em conjunto com o método de campos potenciais para navegação com o propósito de evitar o problema de mínimos locais. Apresentamos ainda uma aplicação de cadeias de Markov para gerar a nova posição do robô de forma estocástica.

Palavras-chave— Campos Potenciais, Campos de Vorticidade, Cadeias de Markov, Omnidirecional.

1 Introdução

A robótica é um dos campos de pesquisa que tem alcançado grandes desenvolvimentos nos últimos anos. Inicialmente, os robôs foram utilizados principalmente na área industrial, porém com o avanço tecnológico, os robôs começaram a ser utilizados para outros fins tais como lazer, atividades domésticas, etc. Nesse contexto, surgiram os robôs móveis autônomos com a proposta de realizar uma variedade de tarefas mais complexas que não eram possíveis a seus antecessores.

A robótica móvel vem sendo objeto de estudo de vários pesquisadores devido ao uso em várias aplicações (Kim et al., 2000). No Brasil esse campo tem sido pesquisado por diversos grupos. Veja por exemplo (Ferreira et al., 2009), (Selvatici and Costa, 2007) e (Ramirez et al., 2003). Em várias situações o robô é inserido em um ambiente onde deve tomar decisões para se locomover de um ponto a outro, desviar de obstáculos, seguir objetos dentre outros. Para que tais decisões sejam tomadas, o robô deve ter o mínimo de conhecimento sobre o ambiente ao seu redor (Sujan et al., 2005; Papadopoulos and Misailidis, 2007). É necessário que o robô possua comportamentos autônomos, visando atingir alvos estabelecidos, ao mesmo tempo em que desvia de obstácu-

los. Dentre os vários métodos para tomada de decisão podem ser citados os que se baseiam em processos estocásticos, como as cadeias de Markov (Pellegrini and Wainer, 2007; Monteiro, 2006), e o de desvio por campos potenciais. Esse último, tem sido bastante utilizado para o desvio de obstáculos (Khatib, 1985).

2 Cadeia de Markov

Um processo estocástico é dito markoviano se ele obedece a seguinte formulação matemática:

$$\begin{aligned} P_r &= \{K_t = k_t | K_0 = k_0, \dots, K_{t-1} = k_{t-1}\} \quad (1) \\ &= \{K_t = k_t | K_{t-1} = k_{t-1}\} \quad (2) \end{aligned}$$

Em que P_r é a probabilidade no instante t . K_t representa o estado do sistema no instante t . Se K_t for discreto no tempo, então é denominado de cadeia (ou seqüência) e definido sobre um conjunto enumerado ou finito. Logo t também é finito ou enumerável. A probabilidade P_r é independente da probabilidade verificada em qualquer outro instante anterior. Processos que podem ser modelados por (1)–(2) são ditos sem memória (*memoryless*), pois o passado é esquecido. Neste trabalho, P_r representa a probabilidade de o robô adotar determinada direção no instante $t+1$.

2.1 Locomoção e a cadeia de Markov

Se representarmos o robô como um círculo de raio r e construirmos um ambiente com oito possíveis posições vizinhas ao robô, como na Figura 1, cada

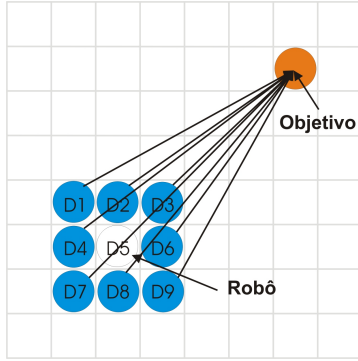


Figura 1: Representação do ambiente.

uma dessas posições estará a uma distância de $2r$ ou $2\sqrt{2}r$ da posição atual do robô. Com isso podemos montar uma matriz com todas as distâncias entre o centro do robô em cada uma dessas posições até o centro da posição objetivo. Esta matriz, aqui chamada de P será a matriz de transição do sistema a ser usada no processo markoviano.

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & p_5 & p_6 & p_7 & p_8 & p_9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

em que p_i é dado por:

$$p_i = \frac{d_i}{\sum_{i=1}^9 d_i}, \quad (3)$$

e d_i por:

$$d_i = \sqrt{(Y_{i,r} - Y_o)^2 + (X_{i,r} - X_o)^2}, \quad (4)$$

sendo $(X_{i,r}, Y_{i,r})$ o par ordenado para a i -ésima posição, $i = 1, \dots, 9$. De forma análoga, (X_o, Y_o) corresponde ao par ordenado da posição objetivo a ser atingida pelo robô.

Seja $V_p(t) \in \mathbf{R}^{1 \times 9}$ cujos elementos são as probabilidades da posição do robô. No instante $t = 0$, temos $V_p(t) = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$. Esse vetor mostra a posição do robô no centro de referência, e é chamado de vetor de probabilidades iniciais. Multiplicamos esse vetor pela matriz de transição

para obtermos um novo vetor de probabilidades no instante $t + 1$. Neste caso, temos

$$V_p(t+1) = V_p(t)P \quad (5)$$

Generalizando para qualquer instante futuro $t = k$, onde $k = 1, 2, 3, \dots, \infty$, podemos reescrever a equação (5) conforme (6).

$$V_p(k) = V_p(0)P^k \quad (6)$$

Para caracterizar o sistema estocástico, é sorteado um valor de $V_p(t+1)$ que corresponderá à distância da nova posição do robô em relação a seu objetivo no instante $t = t + 1$. Retornando este valor à matriz de transição, encontra-se a nova posição do robô dentro desta matriz.

Desta forma, o robô se movimenta para a nova posição, que passa a ser a posição inicial do robô para a nova iteração e assim sucessivamente até que o objetivo seja alcançado.

3 Campos Potenciais

O método de Campos Potenciais (Khatib, 1985), trazido da mecânica dos fluidos para o mundo computacional, considera que o alvo a ser atingido exerce uma força atrativa sobre o robô, enquanto os obstáculos exercem uma força repulsiva. A direção a ser seguida é dada pela soma vetorial de todas as forças atuantes sobre o robô.

Por ser um método de baixo custo computacional, esta técnica tem sido muito utilizada para planejamento de trajetórias de robôs móveis que necessitam navegar por ambientes desconhecidos e/ou dinâmicos evitando colisões com obstáculos.

Vários pesquisadores têm apresentado propostas para melhorar a eficiência do método. Krogh (1984) aprimorou este conceito ao considerar que a velocidade do robô deve diminuir na vizinhança dos obstáculos para diminuir o risco de colisão. Thorpe and Matthies (1984) aplicou o método de campos potenciais para planejamento *off-line* e Krogh and Thorpe (1986) sugeriram uma combinação do método para planejamento de caminhos locais e globais, esta nova proposta foi denominada por eles de Campos Potenciais Generalizado. Newman and Hogan (1987) introduziram a implementação de funções potenciais através da combinação de funções individuais de obstáculos com operadores lógicos.

Em todos os métodos citados foi assumido um modelo conhecido do mundo, com formas geométricas pré-definidas representando obstáculos ou o caminho do robô foi gerado *off-line*. Brooks (1986) e Arkin (1989) foram os pioneiros em utilizar a técnica de campos potenciais de forma reativa. Neste caso, para cada novo passo do robô, uma nova força resultante deverá ser calculada para direcionar seu movimento. Esta característica reativa

torna o método muito eficiente para robôs que realizam tarefas em ambientes desconhecidos ou com objetos dinâmicos. Neste modelo reativo, a cada instante de tempo, o estado do ambiente é analisado e então uma força resultante é calculada para direcionar a trajetória do robô.

Ainda dentro da modalidade de robôs não-holonômicos, em (De Luca and Oriolo, 1994) é apresentada uma idéia, bastante simples, porém, muito eficiente e de baixo custo computacional. Para minimizar o problema de mínimos locais, comum no método de campos potenciais, foi usada uma tecnologia que também advém da mecânica dos fluidos denominada campos de vorticidade (*vortex fields*). Se um fluido desliza sobre uma superfície e encontra um obstáculo, se ele tiver força e velocidade o suficiente para tal, ele irá circundá-lo. Isto é vorticidade. Partindo deste princípio o método tratado neste trabalho faz com que o robô, ao encontrar um obstáculo, além das forças de atração e repulsão naturais no método de campos potenciais, perceba o campo de vorticidade. Com base em cálculos de vorticidade, esse campo determinará por qual lado o robô irá desviar do obstáculo: se pela direita ou pela esquerda. Dessa forma, o método reduz o problema de mínimos locais.

4 Modelagem Matemática

A modelagem matemática foi desenvolvida com base em um robô omnidirecional fabricado pela empresa *Xbot*. Este robô foi desenvolvido para ser um jogador de futebol autônomo, sendo dotado de um sistema de 3 rodas omnidirecionais¹, sistema de drible, chute e comunicação via *RF*. A seguinte modelagem foi realizada com base nos estudos de (Ribeiro et al., 2004), a qual está baseada na contribuição de cada motor para que o robô gire ou ande.

Inicialmente foi feito um modelo circular com as rodas distribuídas em ângulos de 0° , 180° e 90° em torno da circunferência, conforme Figura (2-a).

4.1 Cinemática

O modelo cinemático do robô escolhido é bastante simples. Foi considerado que as coordenadas do robô têm origem no seu centro. Cada roda foi colocada em tal orientação que seu eixo de rotação aponta para o centro do robô. As rodas estão defasadas entre si conforme Figura (2-a).

O vetor de velocidades gerado por cada roda está representado na Figura (2-b), onde a seta indica direção positiva de giro.

¹Rodas omnidirecionais são rodas especiais que possuem rolamentos de giro livre transversais ao eixo de rotação normal, de forma a reduzir o atrito quando a roda é "arrastada".

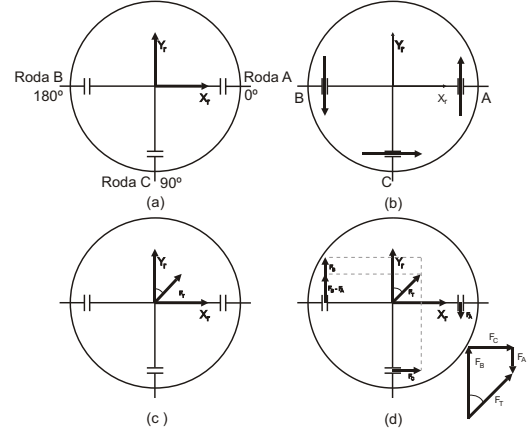


Figura 2: a) Distribuição das rodas; b) Linha de movimento das rodas; c) Movimento desejado; d) Contribuição de cada roda.

4.2 Movimento Linear

Para o modelo proposto, o vetor direção de deslocamento do robô é dado pela soma das três componentes vetoriais (uma de cada motor) e é representado por um vetor partindo do centro do robô.

$$\vec{F}_T = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C \quad (7)$$

Para encontrar a contribuição de cada roda, precisamos da velocidade linear e do ângulo de giro do motor.

Na Figura (2-c) é mostrado o vetor F_T , representando o movimento desejado. O ângulo α representa a direção e o comprimento do vetor representa a velocidade linear. De modo a encontrar as três componentes vetoriais referentes a cada motor, este vetor deverá ser projetado nos eixos *A*, *B* e *C*, representando a linha de movimento de cada roda.

A projeção que representa a contribuição das três componentes vetoriais é mostrada na Figura (2-d). Os vetores podem ter direções positivas ou negativas, as quais representam a direção na qual o motor deve girar.

Como a frente do robô é representada por Y_r , as contribuições de cada roda consistem do cosseno do ângulo α projetado sobre o ângulo de orientação de cada roda em relação ao plano do robô multiplicado pela velocidade.

$$\vec{F}_n = v \cos(\beta_n - \alpha) \quad (8)$$

sendo β_n o ângulo de orientação da roda $n = 1, 2, 3$. Considerando que β_n assume valores no conjunto $\{0^\circ, 180^\circ, 90^\circ\}$ para $n = 1, 2, 3$, podemos encontrar a contribuição de cada motor.

$$\begin{aligned} \vec{F}_A &= v \cos(0 - \alpha) \\ \vec{F}_B &= v \cos(180 - \alpha) \\ \vec{F}_C &= v \cos(90 - \alpha) \end{aligned} \quad (9)$$

Neste trabalho, assumimos velocidade constante e unitária.

4.3 Desvio de Obstáculos

A estratégia utilizada para desvio de obstáculos é a de Campos Potenciais conforme proposto por Brooks (1986) e Arkin (1989).

No método de campos potenciais considera-se que a meta é uma força de atração, cada obstáculo gera uma força de repulsão e a direção a ser seguida é dada por um vetor resultante da soma de todos os vetores força envolvidos.

A seguir, será mostrado como realizar os cálculos das forças de repulsão, atração e da força resultante, embora outros modelos de forças vectoriais possam ser criados para representar outros tipos de comportamentos.

4.3.1 Força de Repulsão

Na Figura (3-a), mostra-se que a força de repulsão decai ao se afastar de um obstáculo, pois a força de repulsão \vec{F}_r é um vetor cujo valor é inversamente proporcional ao quadrado da distância d entre o robô R e objeto observado O (3-b).

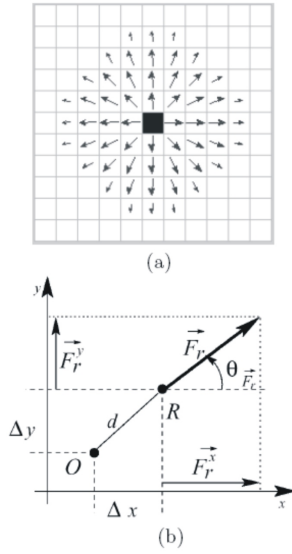


Figura 3: a) Força de repulsão na vizinhança de um obstáculo; b) Força de repulsão do objeto O sobre um robô localizado em R .

O vetor \vec{F}_r também pode ser representado por suas componentes vectoriais x e y e de direção θ , apresentados na equação (10).

$$\begin{aligned}\vec{F}_r^x &= \frac{-f \cos(\theta)d - v \sin(\theta)}{d^2} \\ \vec{F}_r^y &= \frac{-f \sin(\theta)d + v \cos(\theta)}{d^2} \\ \theta_{\vec{F}_r} &= \arctan 2(\Delta y, \Delta x)\end{aligned}\quad (10)$$

sendo que: f representa um escalar constante de repulsão; v é a vorticidade e $\arctan 2$ é uma

função na qual se consideram os quatro quadrantes para fornecer o ângulo correto cuja tangente seja $(\Delta y, \Delta x)$. O sinal negativo de f indica que a força se opõe ao sentido de locomoção do robô até a meta.

Para calcular a força de repulsão para vários obstáculos, deve-se fazer o somatório dos vetores das forças de repulsão geradas, como mostrado na equação (11).

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F}_r \quad (11)$$

4.3.2 Força de Atração

Na Figura (4-a), mostra-se o campo potencial de atração. Note que para \vec{F}_a , não é considerada a distância entre o robô e a meta, uma vez o agente deve ser atraído pela meta mesmo estando distante da mesma.

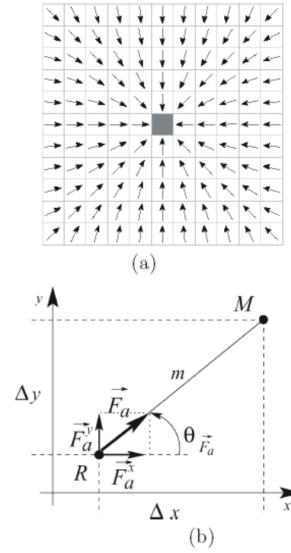


Figura 4: a) Campo de atração; b) Atração entre o robô R e a meta M .

O vetor \vec{F}_a também pode ser representado por suas componentes vectoriais x e y e de direção θ , apresentados na equação (12).

$$\begin{aligned}\vec{F}_a^x &= S \cos(\theta) \\ \vec{F}_a^y &= S \sin(\theta) \\ \theta_{\vec{F}_a} &= \arctan 2(\Delta y, \Delta x)\end{aligned}\quad (12)$$

sendo que: S representa um escalar constante de atração. Note, que para a constante de atração o sinal é positivo, conseqüentemente, a direção do vetor força de atração será na direção da meta.

4.3.3 Força Resultante

Ao realizar a soma dos vetores força de atração e força de repulsão, obtém-se a força resultante que

indicará a direção de locomoção do robô, conforme mostra a equação (13).

$$\vec{F} = \vec{F}_R + \vec{F}_a \quad (13)$$

5 Resultados

As técnicas demonstradas nas seções anteriores, foram implementadas através de um algoritmo utilizando a ferramenta de modelagem matemática *Scilab*, a qual se mostrou adequada à implementação de algoritmos científicos de forma geral.

Para demonstrar a eficácia do método implementado, foram criados dois ambientes. No primeiro ambiente, foram incluídos 8 obstáculos estáticos. O robô foi inserido na posição (0,0) e o alvo na posição (80,80).

A Figura (5) mostra uma simulação realizada neste ambiente para $S = 50$ e $f = 190$. Pode-se perceber que o robô segue uma trajetória desviando dos obstáculos, porém, nota-se que esta trajetória poderia ser minimizada se o robô locomovesse-se entre os obstáculos.

Com a variação dos valores de S e f , pode-se ajustar melhor esta trajetória, consequentemente reduzindo o tempo para atingir a meta, conforme pode ver visto na Figura (6), onde alterou-se o valor de f para 90, mantendo-se o valor de S em 50.

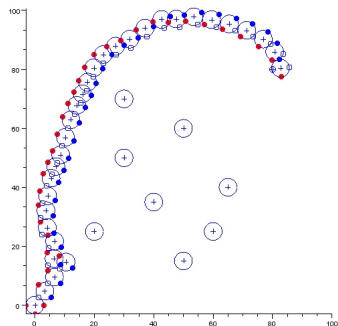


Figura 5: Trajetória gerada para $S = 50$ e $f = 190$.

Desta forma, a força de repulsão exercida pelos obstáculos é reduzida pela diminuição do valor de f , permitindo que trajetória gerada seja entre os obstáculos.

Já no segundo ambiente, os obstáculos foram dispostos em forma de “U”, criando um concavidade. O robô foi inserido na posição (50,35) e o alvo na posição (90,90). A Figura (7) mostra uma simulação realizada neste ambiente para $S = 30$ e $f = 130$. Pode-se notar que o robô consegue sair da concavidade, alcançando o alvo.

A Figura (8) mostra um gráfico relacionando diversos valores de f para $S = 50$ para o primeiro ambiente criado. O eixo das ordenadas mostra

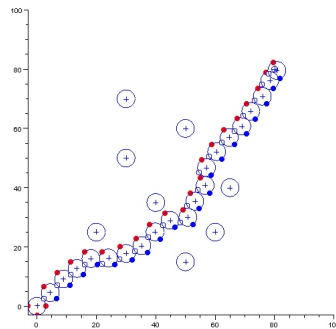


Figura 6: Trajetória gerada para $S = 50$ e $f = 90$.

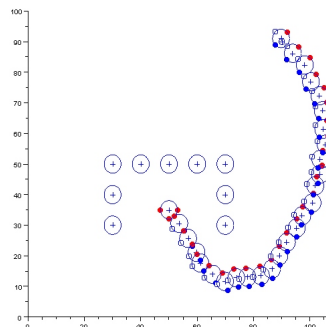


Figura 7: Trajetória gerada para $S = 35$ e $f = 130$.

o número de iterações necessárias para atingir o alvo para um dado valor de f . Percebe-se que a melhor situação encontrada, refere-se a $f = 90$, correspondendo a 20 iterações.

Para todas as simulações realizadas, o cálculo da vorticidade v é feito de forma aleatória, podendo assumir valores 1 ou -1 , direcionando o robô para a direita ou esquerda do obstáculo.

Além dos resultados apresentados neste trabalho, foram realizadas várias simulações variando-se a posição dos obstáculos e os valores de S e f , sendo que o resultado encontrado em todas se mostrou bastante satisfatório.

6 Conclusões

A técnica de campos potenciais empregada na navegação autônoma de robôs, aliada à utilização de métodos estocásticos como as *Cadeias de Markov* mostrou-se bastante eficiente durante as simulações realizadas. Podemos destacar o baixo custo computacional, porém o ponto de maior destaque é o comportamento reativo do sistema, ou seja, nenhuma modificação precisa ser feita para tratar obstáculos dinâmicos, pois o cálculo das forças de atração e repulsão é realizado a cada nova posição do robô. No entanto, é necessário o ajuste das

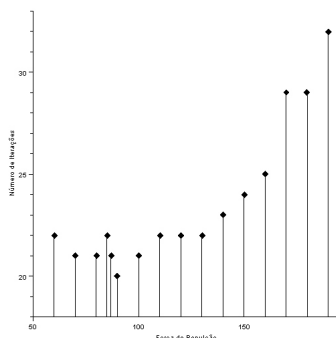


Figura 8: Relação entre a constante de repulsão f e o número de iterações para atingir o alvo para $S = 50$.

constantes de atração S e repulsão f de forma que o comportamento dinâmico dos obstáculos não cause interferências no desvio dos mesmos.

Uma desvantagem encontrada no método de campos potenciais, refere-se ao fato de as forças de atração e repulsão poderem se anular em determinados pontos, gerando mínimos locais. Neste trabalho este problema foi minimizado utilizando em conjunto o método de campos de vorticidade.

Todos os experimentos realizados neste trabalho foram testados em um ambiente de simulação. Pretende-se em futuros trabalhos, implementar estas técnicas em um ambiente real de futebol de robôs. Também é pretendido, o estudo de técnicas de aprendizado para escolher os melhores valores para as constantes de atração S e de repulsão f , como também a vorticidade v , com o intuito de maximizar a dinâmica dos robôs.

Referências

Arkin, R. C. (1989). Motor schema-based mobile robot navigation., *The International Journal of Robotics Research* **4**(8): 92–112.

Brooks, R. A. (1986). A robust layered control system for a mobile robot, *IEEE Journal of Robotics and Automation* pp. 14–23.

De Luca, A. and Oriolo, G. (1994). Local incremental planning for nonholonomic mobile robots, *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, San Diego, CA* pp. 104–110.

Ferreira, A., Pereira, F. G., Vassallo, R. F., Bastos Filho, T. F. and Sarcinelli Filho, M. (2009). An approach to avoid obstacles in mobile robot navigation: the tangential escape, *SBA Controle & Automação* **19**(4): 393–401.

Khatib, O. (1985). Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots, *Proc. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Vol. 2*, pp. 500–505.

Kim, M. S., Shim, J. H. and Lee, J. J. (2000). Design of robust adaptive controller for a mobile robot, *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Kagawa University, Takamatsu, Japan*, pp. 1816–1820.

Krogh, B. H. (1984). A generalized potential field approach to obstacle avoidance, *International Robotics Research Conference - Bethlehem, Pennsylvania*.

Krogh, B. H. and Thorpe, C. E. (1986). Integrated path planning and dynamic steering control, *Proceedings of the 1986 IEEE international Conference on Robotics and Automation - San Francisco California*, pp. 1664–1669.

Monteiro, L. H. A. (2006). *Sistemas Dinâmicos (2ª ed., revisada e ampliada)*, São Paulo: Editora Livraria da Física.

Newman, S. W. and Hogan, N. (1987). High speed robot control and obstacle avoidance, *Proceedings of the 1987 IEEE international - Raleigh, North Carolina*, pp. 14–24.

Papadopoulos, E. and Misailidis, M. (2007). On differential drive robot odometry with application to path planning, *Proceedings of the European Control Conference, Kos, Greece*, pp. 5492–5499.

Pellegrini, J. and Wainer, J. (2007). Processos de decisão de markov: um tutorial. Instituto de Computação, Unicamp, Campinas, São Paulo, Brasil.

Ramirez, A. R. G., Pieri, E. R. and Guenther, R. (2003). Controle em cascata de um manipulador robótico com um elo e uma transmissão flexível, *SBA Controle & Automação* **14**(4): 393–401.

Ribeiro, A. F., Ivo, M., Pedro, S., Carlos, F. and Pereira, N. (2004). Three omni-directional wheels control on a mobile robot, *Control IMechE, IEE, University of Bath* pp. 6–9.

Selvatici, A. H. P. and Costa, A. H. R. (2007). Aprendizado da coordenação de comportamentos primitivos para robôs móveis, *SBA Controle & Automação* **18**(2): 173–186.

Sujan, V. A., Meggiolaro, M. A. and Belo, F. A. W. (2005). A new technique in mobile robot simultaneous localization and mapping, *Revista de Controle e Automação, Vol. 17*, pp. 189–204.

Thorpe, C. and Matthies, L. (1984). Path relaxation: Path planning for a mobile robot, *Proc. Oceans, Vol. 16*, pp. 576–581.